

**MIEA - Física I**

**Problemas das Aulas Práticas**

**Departamento de Engenharia Física da FEUP**

**Ano lectivo 2013-2014**

## Folha nº 1

### Medidas e Unidades

- 1.1** O vaivém espacial da NASA aterra a uma velocidade de cerca de 350 km/h. Qual é a velocidade do vaivém em m/s?
- 1.2** A velocidade da luz no ar é aproximadamente  $3 \times 10^8$  m/s. Qual a velocidade da luz em km/h? Se considerarmos que um piscar de olhos corresponde a  $30\mu\text{s}$ , quantos metros viaja a luz num piscar de olhos?
- 1.3** A unidade SI de força é o *newton* (N) e relaciona-se com as unidades fundamentais através de  $1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2$ . Quais devem ser as unidades SI da constante gravítica,  $G$  na lei da gravitação de Newton,  $F = Gm_1m_2/r^2$ , onde  $F$  é uma força,  $m_1$  e  $m_2$  são massas e  $r$  é uma distância?
- 1.4** Nas seguintes equações, a distância  $x$  está em metros, o tempo  $t$  em segundos e a velocidade  $v$  em m/s. (i)  $x = C_1 + C_2t$ ; (ii)  $x = \frac{1}{2}C_1t^2$ ; (iii)  $v^2 = 2C_1x$ ; (iv)  $x = C_1 \cos(C_2t)$ ; (v)  $x = C_1e^{-C_2t}$
- (a) Quais devem ser as unidades SI das constantes  $C_1$  e  $C_2$ , em cada uma das expressões?
- (b) Quais devem ser as dimensões das constantes  $C_1$  e  $C_2$ ?
- 1.5** A energia cinética de um objecto é dada pela expressão  $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ , em que  $m$  é a massa e  $v$  é a velocidade. Qual a dimensão de  $E_c$ ?
- 1.6** O raio da terra é cerca de 6,4 Mm. A densidade das rochas à superfície da terra é cerca de 3 vezes superior à densidade da água ( $1 \text{ g/cm}^3$ ). Faça uma estimativa da massa da terra.
- 1.7** O sol tem uma massa de  $1,99 \times 10^{30}$  kg e é composto essencialmente por átomos de hidrogénio, havendo apenas uma pequena percentagem de elementos pesados. Sabendo que a massa de cada átomo de hidrogénio é  $1,67 \times 10^{-27}$  kg, estime o número de átomos de hidrogénio no sol.
- 1.8** Existe uma preocupação ambiental devido ao uso de fraldas descartáveis. (a) Se assumirmos que cada criança usa em média 3 fraldas por dia, desde o nascimento até aos dois anos e meio de idade, faça uma estimativa do número de fraldas usadas num ano em Portugal. (b) Sabendo que cada fralda ocupa um volume de 1 litro, estime o volume total ocupado pelas fraldas descartáveis num ano. (c) Qual a área ocupada pelo aterro de fraldas, sabendo que a altura média é de 10 m?
- 1.9** Exprima as seguintes quantidades usando os prefixos das potências de 10: (a) 2 000 000 kg; (b) 10 000 watt; (c) 6 000 s; (d)  $5 \times 10^{-4}$  m; (e)  $1,60 \times 10^{-19}$  C.
- 1.10** Escreva as seguintes grandezas sem usar prefixos: (a)  $30\mu\text{m}$ ; (b) 60 kPa; (c) 0,3 MW; (d) 80 mF
- 1.11** Exprima os seguintes números decimais sem usar a notação de potências de 10: (a)  $3 \times 10^3$ ; (b)  $2,23 \times 10^{-3}$ ; (c)  $6,28 \times 10^6$ ; (d)  $3,02 \times 10^{-2}$ .
- 1.12** Usando as regras para os algarismos significativos calcule:
- (a) (22,3 m) (5,3 m);
- (b) (45,789 s) + (123,2 s);
- (c) (45,2) m(0,345) s +  $\frac{734 \text{ s}}{13 \text{ m}^{-1}}$ ;
- (d)  $7,02 \text{ m} + (5,2 \ln(3,678)) \text{ m}$ .
- 1.13** Calcule as seguintes expressões:
- (a)  $(3,4 \times 10^{-5})(0,000057)/(4,2 \times 10^{-12})$
- (b)  $(15,6)(12,7 \times 10^7)(5,8 \times 10^{-9}) - 2,05$
- (c)  $(0,000027)^{1/3} / [(23,8 \times 10^{-3})(640 \times 10^{-1})^{1/2}]$

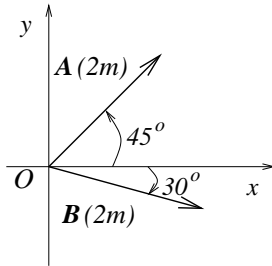
### Soluções

- 1.1** 97,2 m/s.
- 1.2**  $1 \times 10^9$  km/h; 9 km.
- 1.3**  $\text{m}^3\text{s}^{-2} \text{kg}^{-1}$ .
- 1.4** (i)  $C_1$  - m,  $C_2$  - m/s; (ii)  $C_1$  -  $\text{m s}^{-2}$ ; (iii)  $C_1$  -  $\text{m s}^{-2}$ ; (iv)  $C_1$  - m,  $C_2$  -  $\text{s}^{-1}$ , (v)  $C_1$  - m,  $C_2$  -  $\text{s}^{-1}$ .
- 1.5**  $[E_c] = ML^2T^{-2}$ .
- 1.6**  $M_T \approx 3,3 \times 10^{24}$  kg.
- 1.7**  $1,19 \times 10^{57}$  átomos.
- 1.8** (a)  $4 \times 10^8$  fraldas; (b)  $4 \times 10^5 \text{ m}^3$ ; (c) 4 hectares.
- 1.9** (a) 2 Mkg; (b) 10 kW; (c) 6 ks; (d) 0,5 mm; (e) 16 aC.
- 1.10** (a)  $30 \times 10^{-6}$ ; (b)  $60 \times 10^3$  Pa; (c)  $0,3 \times 10^6$  W; (d)  $80 \times 10^{-3}$  F.
- 1.11** (a) 3000; (b) 0,00223; (c) 6280000; 0,0302.
- 1.12** (a)  $1,2 \times 10^2 \text{ m}^2$ ; (b) 169,0 s; (c) 72,1 ms; (d) 13,8 m.
- 1.13** (a)  $4,6 \times 10^1$ ; (b) 9,5; (c) 0,16.

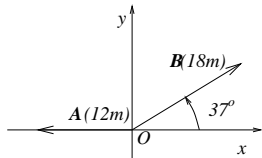
## Folha nº 2

### Vectores

- 2.1** Uma pessoa caminha ao longo de um arco de circunferência, da posição  $x = 5$  m,  $y = 0$  m, até à posição final,  $x = 0$  m,  $y = 5$  m. Determine o vector deslocamento. Uma segunda pessoa caminha sobre o eixo dos  $xx$ , da mesma posição inicial até à origem e depois, sobre o eixo dos  $yy$ , da origem até à posição final. Determine o vector deslocamento.
- 2.2** Com os dois vectores **A** e **B** da seguinte figura, determine graficamente:



- (i)  $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ ; (ii)  $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ ; (iii)  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ ; (iv)  $2\mathbf{A} + \mathbf{B}$ ; (v)  $\mathbf{B} - \mathbf{A}$
- 2.3** (a) Com os vectores **A** e **B** da figura abaixo, faça um desenho à escala para determinar o módulo, a direcção e o sentido de (i)  $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ , (ii)  $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ , (iii)  $-\mathbf{A} - \mathbf{B}$ , (iv)  $\mathbf{B} - \mathbf{A}$ .



- (b) Escreva cada um dos vectores **A** e **B** em termos dos vectores unitários  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  e  $\hat{k}$ .
- (c) Resolva a alínea (a) usando o método das componentes.
- 2.4** Um automóvel percorre 30 km para leste numa estrada plana. Num cruzamento vira para o norte e percorre mais

40 km. Qual o vector deslocamento resultante do automóvel?

- 2.5** Um avião percorre 130 km numa linha recta que faz um ângulo de  $22,5^\circ$  com a direcção sul-norte. Quais os deslocamentos do avião nas direcções sul-norte e oeste-leste?
- 2.6** Determine o módulo, a direcção e o sentido dos vectores representados por cada um dos seguintes pares de componentes
- (a)  $A_x = 6,50$  cm,  $A_y = -3,20$  cm,  
 (b)  $B_x = -7,20$  m,  $B_y = -4,95$  m,  
 (c)  $C_x = -1,30$  km,  $C_y = -2,50$  km.
- 2.7** Determine o produto escalar  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$  dos dois vectores indicados nos problemas 2.2 e 2.3.
- 2.8** Dois vectores têm módulos iguais a 6 m e fazem um ângulo de  $60^\circ$  entre si. Calcule  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ .

- 2.9** Calcule o ângulo entre os seguintes pares de vectores:

- (a)  $\mathbf{A} = -1\hat{i} + 6\hat{j}$  e  $\mathbf{B} = 3\hat{i} - 2\hat{j}$ ,  
 (b)  $\mathbf{A} = 3\hat{i} + 5\hat{j}$  e  $\mathbf{B} = 10\hat{i} - 6\hat{j}$ ,  
 (c)  $\mathbf{A} = -4\hat{i} + 2\hat{j}$  e  $\mathbf{B} = 7\hat{i} - 14\hat{j}$ .

- 2.10** Considere um vector qualquer dado por  $\mathbf{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ .

- (a) Mostre que a componente  $x$  de **A** é dada por  $\mathbf{A} \cdot \hat{i}$ ,  
 (b) Determine o vector unitário paralelo a **A**,  
 (c) Repita a alínea b) com  $\mathbf{A} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ,  
 (d) Determine a componente do vector  $2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  na direcção de  $3\hat{i} + 4\hat{j}$ .

- 2.11** Determine o modulo direcção e sentido do vector  $\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$ , com **A** e **B** os vectores das figuras dos problema 2.2. e 2.3.

### Soluções

- 2.1**  $|\mathbf{r}| = 5\sqrt{2}$  m, ângulo com a horizontal,  $\theta = 135^\circ$ .

- 2.3** (b)  $\mathbf{A} = (-12m)\hat{i}$ ;  $\mathbf{B} = (14.4m)\hat{i} + (10.8m)\hat{j}$

- (c) i)  $\mathbf{A} + \mathbf{B} = 2,4(m)\hat{i} + 10,8(m)\hat{j}$ ,  
 ii)  $\mathbf{A} - \mathbf{B} = -26,4(m)\hat{i} - 10,8(m)\hat{j}$ ,  
 iii)  $-\mathbf{A} - \mathbf{B} = -2,4(m)\hat{i} - 10,8(m)\hat{j}$ ,  
 iv)  $\mathbf{B} - \mathbf{A} = 26,4(m)\hat{i} + 10,8(m)\hat{j}$

- 2.4** Módulo do vector resultante 50 km; ângulo com a direcção oeste-leste  $53^\circ$ ;  $r_x = 30$  km,  $r_y = 40$  km

- 2.5**  $d_x = 50$  km;  $d_y = 120$  km.

- 2.6** (a) 7,24 cm,  $-26,2^\circ$ , (b) 8,74 m,  $214^\circ$ , (c) 2,82 km,  $242,5^\circ$  ou  $-117,5^\circ$ .

- 2.7**  $1,03$  m<sup>2</sup> e  $-172$  m<sup>2</sup>.

- 2.8** 18 m<sup>2</sup>.

- 2.9** (a)  $133^\circ$ , (b)  $90^\circ$ , (c)  $143^\circ$ .

- 2.10** (a)  $\mathbf{A} \cdot \hat{i} = A_x$ , (b)  $\frac{A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$  (c)  $\frac{2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{6}}$  (d) 2.

- 2.11**  $\mathbf{C} = -3,86(m^2)\hat{k}$ ,  $\mathbf{C} = -130(m^2)\hat{k}$ .

## Cinemática - Movimento rectilíneo

**3.1.1** Uma viagem de automóvel de Lisboa ao Porto dura cerca de 2h 50 m se a velocidade média for de 120 km/h. Numa sexta-feira à tarde, devido ao trânsito, a velocidade média pode ser de 70 km/h. Quanto tempo se demora a percorrer o mesmo percurso?

**3.1.2** Numa competição de bicicletas com percurso de 30 km, um atleta percorre os primeiros 15 km com uma velocidade média de 12 km/h. Qual deve ser a sua velocidade escalar média nos 15 km restantes para que a sua velocidade escalar média no percurso todo seja de (a) 6 km/h, (b) 18 km/h? É possível atingir uma velocidade média de 24 km/h no percurso total se a velocidade média é de 12 km/h nos primeiros 15 km?

**3.1.3** Um carro pára num semáforo. A seguir move-se num percurso rectilíneo de tal modo que a sua distância ao semáforo é dada pela função  $x(t) = bt^2 - ct^3$ , onde  $b = 2,40 \text{ m/s}^2$  e  $c = 0,120 \text{ m/s}^3$ .

- Calcule a velocidade média do carro entre os instantes  $t = 0 \text{ s}$  e  $t = 10,0 \text{ s}$ .
- Calcule a velocidade instantânea do carro para i)  $t = 0 \text{ s}$ ; ii)  $t = 5,0 \text{ s}$  e iii)  $t = 10,0 \text{ s}$ .
- Quanto tempo após iniciar a marcha volta o carro a parar?
- Calcule a aceleração instantânea do carro para i)  $t = 0 \text{ s}$ ; ii)  $t = 5,0 \text{ s}$  e iii)  $t = 10,0 \text{ s}$ .

**3.1.4** A velocidade de um carro em função do tempo é dada pela expressão  $v(t) = \alpha t + \beta t^2$ , com  $\alpha = 3,00 \text{ m/s}^2$  e  $\beta = 0,100 \text{ m/s}^3$ .

- Calcule a aceleração média no intervalo de tempo entre  $t = 0 \text{ s}$  e  $t = 5,00 \text{ s}$ .
- Calcule a aceleração instantânea para i)  $t = 0$ , ii)  $t = 5,00 \text{ s}$ ,
- Desenhe com precisão os gráficos de  $v(t)$  e  $a(t)$  entre  $t = 0 \text{ s}$  e  $t = 5,00 \text{ s}$ .
- Recorrendo ao gráfico  $a(t)$ , calcule a velocidade do carro no instante  $t = 5 \text{ s}$ .

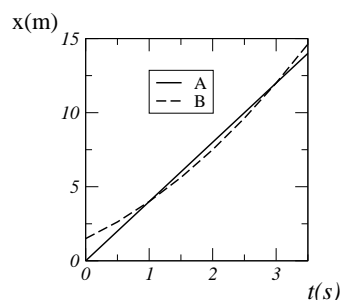
**3.1.5** Ao ser lançado pela catapulta da plataforma de um porta-aviões, um caça a jacto atinge a velocidade de descolagem de 270 km/h, numa distância aproximada de 90 m. Supondo a aceleração constante

- Calcule a aceleração em metros por segundo;
- Calcule o tempo necessário para o caça atingir essa velocidade.

**3.1.6** O corpo humano pode sobreviver a um trauma por acidente numa travagem súbita, quando o módulo da aceleração é inferior a  $250 \text{ m/s}^2$ . Suponhamos que uma pessoa sofre um acidente de automóvel a uma velocidade de 105

km/h, com amortecimento pelo *airbag*, que se insufla automaticamente. Qual deve ser a deformação no *airbag* para que a pessoa consiga sobreviver?

**3.1.7** Dois carros, A e B, movem-se no eixo  $Ox$ . O gráfico da seguinte figura mostra a posição dos dois carros em função do tempo.

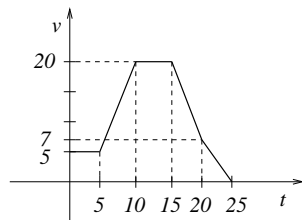


- Em que instante(s) é posição dos carros a mesma?
- Em que instante(s) é a velocidade dos carros a mesma?
- Em que instante(s) o carro A passa o carro B?
- Em que instante(s) o carro B passa o carro A?

**3.1.8** Uma estudante da FEUP corre para apanhar o autocarro que está parado na paragem. A estudante corre com velocidade constante de  $6,00 \text{ m/s}$ , e não consegue correr mais depressa. Quando está a  $50,0 \text{ m}$  do autocarro, este arranca com aceleração constante de  $0,180 \text{ m/s}^2$ .

- Por quanto tempo e que distância a estudante tem de correr até apanhar o autocarro?
- Quando ela finalmente chega ao autocarro, qual a velocidade a que este vai?
- Desenhe no mesmo gráfico as curvas  $x-t$  para a estudante e para o autocarro, tomando como origem a posição inicial da estudante.
- Em que instante e com que velocidade o autocarro volta a passar pela estudante (supondo que este não entrou quando apassou pelo autocarro pela primeira vez).
- Qual a velocidade mínima que a estudante tem de ter para conseguir acompanhar o autocarro?

**3.1.9** O gráfico da figura mostra a velocidade de uma motori-



zada em função do tempo.

- (a) Qual a aceleração média nos intervalos de tempo i)  $[0, 5]$  s, ii)  $[0, 10]$  s, iii)  $[15, 25]$  s?  
 (b) Qual a aceleração instantânea nos instantes i)  $t = 7$  s, ii)  $t = 14$  s?  
 (c) Qual o deslocamento nos primeiros i) 5 s, ii) 7 s e iii) 14 s?

**3.1.10** Um estudante de engenharia com demasiado tempo livre, deixa cair uma melância do telhado de um edifício. Ele ouve o barulho *splat* da melância a chegar ao chão passados 3,00 s. Qual a altura do edifício? A velocidade do som no ar é de 340 m/s.

**3.1.11** Um atleta dá um salto vertical, procurando chegar o mais alto possível. Os melhores atletas, permanecem 1,0 s no ar. Considerando o atleta como uma partícula, e desprezando os efeitos de resistência do ar, determine a altura máxima que o atleta atinge. Para explicar porque parece que o atleta fica suspenso no ar determine a razão entre o tempo que ele leva para atingir a altura máxima e o tempo que ele está acima de metade da altura máxima.

**3.1.12** Uma bola de futebol é chutada verticalmente para cima. Uma pessoa que está numa janela a uma altura de 15,0 m vê a bola passar por ela com uma velocidade de 5,00 m/s. Desprezando a resistência do ar calcule:

- (a) A altura máxima alcançada pela bola;  
 (b) O tempo que a bola permanece no ar.

**3.1.13** A velocidade de uma partícula é  $v = 6t + 3$ , onde  $t$  está em segundos e  $v$  em metros por segundo.

- (a) Desenhe a curva de  $v$  em função de  $t$  e faça uma estimativa da área subentendida pela curva no intervalo de  $t = 0$  até  $t = 5$  s.  
 (b) Determine a função geral da posição  $x(t)$ . Use esse resultado para calcular o deslocamento durante o intervalo de tempo  $t = 0$  até  $t = 5$  s.

**3.1.14** A velocidade de uma partícula é  $v = 7 - 4t$ , onde  $t$  está em segundos e  $v$  em metros por segundo.

- (a) Desenhe a curva de  $v$  em função de  $t$  e faça uma estimativa da área subentendida pela curva no intervalo de  $t = 2$  s até  $t = 6$  s.  
 (b) Determine a função geral da posição  $x(t)$ . Use esse resultado para calcular o deslocamento durante o intervalo de tempo  $t = 2$  s até  $t = 6$  s.  
 (c) Qual a velocidade média neste intervalo?

## Soluções

**3.1.1** 4,86 h  $\approx$  4h52min .

**3.1.2** (a) 4 km/h; (b) 35,7 km/h. Não.

**3.1.3** (a) 12,0 m/s

(b) i) 0 m/s; ii) 15,0 m/s; iii) 12,0 m/s.

(c) 13,3 s

(d) i) 4,8 m/s<sup>2</sup>; ii) 1,2 m/s<sup>2</sup>; iii) -2,4m/s<sup>2</sup>.

**3.1.4** (a) 3,50 m/s<sup>2</sup>

(b) i) 3,00 m/s<sup>2</sup>; ii) 4,00 m/s<sup>2</sup>;

(d) 17,5 m/s.

**3.1.5** (a) 31,3 m/s<sup>2</sup>; (b) 2,40 s.

**3.1.6** 1,70 m.

**3.1.7** (a) 1s, 3 s; (b) 2 s; (c) 1 s; (d) 3 s.

**3.1.8** (a) 9,76 s; 58,6 m,

(b) 1,76 m/s,

(d) 56,9 s; 10,2 m/s,

(e) 4,24 m/s.

**3.1.9** (a) i) 0 m/s<sup>2</sup>; ii) 1,5 m/s<sup>2</sup>; iii) -2m/s<sup>2</sup>

(b) i) 3 m/s<sup>2</sup>; ii) 0 m/s<sup>2</sup>,

(c) i) 25 m; ii) 41 m; iii) 167,5 m.

**3.1.10** 40,7 m.

**3.1.11** 1,22 m; 2,41 .

**3.1.12** (a) 16,3 m; (b) 3,64 s.

**3.1.13** (a) 90 m; (b)  $x(t) = x(0) + 3t^2 + 3t$ ;  $x(t = 5) - x(0) = 90$  m

**3.1.14** (a) -36 m (b)  $x(t) = x(2) + 7t - 2t^2$ ;  $\Delta x = x(t = 6) - x(2) = -36$  m ; (c) -9 m/s.

## Cinemática - Movimento curvilíneo

**3.2.1** Uma partícula move-se na direcção oeste com a velocidade de 40 m/s. Passados 5 s, desloca-se para norte com a velocidade de 30 m/s.

- Qual a variação do módulo da velocidade da partícula nesse intervalo de tempo?
- Qual a variação da direcção da velocidade?
- Qual o módulo e qual a direcção do vector variação da velocidade,  $\Delta v$ .
- Qual o módulo e qual a direcção da aceleração média nesse intervalo de tempo?

**3.2.2** A coordenadas de um objecto que se desloca num plano são  $x = 2t$  e  $y = 3,0 - 3t^2$  (S.I.).

- Faça um esboço da trajectória do objecto entre  $t = 0$  e  $t = 5$  s.
- Determine o vector velocidade e o vector aceleração em função do tempo.
- Determine o módulo, direcção e sentido dos vectores velocidade e aceleração no instante  $t = 2$  s.
- Faça um esboço dos vectores velocidade e aceleração no instante  $t = 2$  s. A velocidade escalar do objecto está a aumentar ou a diminuir nesse instante?

**3.2.3** Uma partícula percorre, com velocidade constante, uma trajectória de raio 5 m, cujo centro está localizado na origem. Para  $t = 0$  s a partícula está em  $x = 5$  m  $y = 0$  m, e leva 100 s a completar uma volta.

- Qual a velocidade da partícula?
- Qual o módulo, direcção e sentido do vector posição  $\mathbf{r}$  nos instantes i)  $t = 0$  s, ii)  $t = 10$  s, iii)  $t = 25$  s e iv)  $t = 50$  s?
- Determine o módulo do vector velocidade média,  $v_m$ , e mostre gráficamente a sua direcção em cada um dos seguintes intervalos de tempo: i) de  $t = 0$  a  $t = 50$  s, ii) de  $t = 0$  a  $t = 25$  s, iii) de  $t = 0$  a  $t = 10$  s.

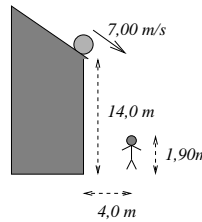
**3.2.4** A posição de uma partícula é dada pelo vector  $\mathbf{r} = -10 \cos(\omega t) \hat{\mathbf{i}} + 10 \sin(\omega t) \hat{\mathbf{j}}$  m, onde  $\omega = 2 \text{ s}^{-1}$ .

- Mostre que a trajectória é uma circunferência e diga qual o seu raio.
- Qual o módulo da velocidade da partícula?
- Quanto tempo demora a partícula a completar uma volta?
- Qual o módulo da aceleração da partícula?

**3.2.5** Uma bola de golfe encontra-se numa pequena elevação acima do solo quando é atingida pelo taco, com uma velocidade inicial de 12,0 m/s e um ângulo inicial de  $51,0^\circ$ . A bola cai no campo 2,08 s após a tacada. Despreze a resistência do ar.

- Quais as componentes da aceleração da bola durante o voo?
- Quais as componentes da velocidade da bola no início e no final da trajectória?
- Qual a distância na horizontal percorrida pela bola?
- Porque é que a expressão para o alcance de um projectil,  $R = \frac{v^2 \sin(2\theta)}{g}$ , não pode ser usada na alínea c)?
- Qual a altura da bola no momento em que ela deixou o contacto com o taco?
- Desenhe os diagramas  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $v_x(t)$  e  $v_y(t)$  do movimento da bola.

**3.2.6** Uma bola de neve rola do telhado de um celeiro que possui uma inclinação para baixo de  $40^\circ$ . A extremidade do telhado está situada a 14,0 m acima do solo e a bola de neve tem velocidade 7,00 m/s quando abandona o telhado (ver figura).



Despreze a resistência do ar.

- A que distância do celeiro atingirá a bola o solo?
- Suponha que um homem de 1,90 m de altura se encontra parado a uma distância de 4,0 m do celeiro. A bola de neve atingi-lo-á?

**3.2.7** Uma partícula possui um vector posição dado por  $\mathbf{r} = 30t \hat{\mathbf{i}} + (40t - 5t^2) \hat{\mathbf{j}}$ , onde  $r$  está em metros e  $t$  em segundos. (a) Determine os vectores velocidade instantânea e aceleração instantânea em função do tempo  $t$ . (b) Qual o valor do módulo da velocidade no instante  $t = 2$  s?

**3.2.8** Uma partícula tem aceleração constante  $\mathbf{a} = (6 \text{ m/s}^2) \hat{\mathbf{i}} + (4 \text{ m/s}^2) \hat{\mathbf{j}}$ . No instante  $t = 0$ , a velocidade é nula e a posição é dada pelo vector  $\mathbf{r}_0 = (10 \text{ m}) \hat{\mathbf{i}}$ . (a) Determine os vectores velocidade e posição em qualquer instante. (b) Obtenha a equação da trajectória da partícula esquematize-a.

## Soluções

3.2.1 (a) 10 m/s

(b)  $90^\circ$ ,

(c) 50 m/s;  $37^\circ$

(d)  $10 \text{ m/s}^2$ , a mesma direcção de  $\Delta v$ .

3.2.2 (b)  $\mathbf{v}(t) = 2\hat{\mathbf{i}} - 6t\hat{\mathbf{j}}$  (m/s);  $\mathbf{a}(t) = -6\hat{\mathbf{j}}$  (m/s<sup>2</sup>)

(c)  $|\mathbf{v}(t=2)| = 12.16 \text{ m/s}$ ;  $\theta = -80.5^\circ$ ,

$|\mathbf{a}(t=2)| = 6 \text{ m/s}^2$ ,  $\theta = -90^\circ$

(d) aumenta.

3.2.3 (a) 0,  $1\pi \text{ m/s}$

(b) i)  $|\mathbf{r}| = 5 \text{ m}$ ;  $\theta = 0$  ii)  $|\mathbf{r}| = 5 \text{ m}$ ;  $\theta = \pi/5$ , iii)  $|\mathbf{r}| = 5 \text{ m}$ ;

$\theta = \pi/2$ , iv)  $|\mathbf{r}| = 5 \text{ m}$ ,  $\theta = \pi$

(c) i) 0.2 m/s; ii) 0.28 m/s; iii) 0.31 m/s

3.2.4 (a) 10 m,

(b) 20 m/s

(c)  $\pi \text{ s}$

(d)  $40 \text{ m/s}^2$ .

3.2.5 (a)  $-g\hat{\mathbf{j}}$

(b)  $v_{0x} = 7,55 \text{ m/s}$ ;  $v_{0y} = 9,33 \text{ m/s}$ ;

$v_{x\text{final}} = 7,55 \text{ m/s}$ ;  $v_{y\text{final}} = -11,1 \text{ m/s}$

(c) 15,7 m

(d) o ponto inicial e final não estão à mesma altura

(e) 1,80 m

3.2.6 (a) 6.97 m, (b) Não.

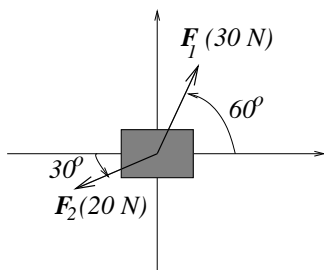
3.2.7 (a)  $\mathbf{v} = (30)\hat{\mathbf{i}} + (40 - 10t)\hat{\mathbf{j}}$ ,  $\mathbf{a} = -10\hat{\mathbf{j}}$ ; (b)  $v(t=2) = 36 \text{ m/s}$ .

3.2.8 (a)  $\mathbf{v} = (6tm/s)\hat{\mathbf{i}} + (4tm/s)\hat{\mathbf{j}}$ ,  $\mathbf{r} = (10m + 3m/s^2t^2)\hat{\mathbf{i}} + (2m/s^2t^2)\hat{\mathbf{j}}$ . (b)  $y = \frac{2}{3}x - \frac{20}{3}$

## Folha nº 4

### Aplicações das leis de Newton a problemas com um corpo

4.1.1 Um corpo de 10-kg está sujeito a duas forças  $F_1$  e  $F_2$ , como mostra a seguinte figura

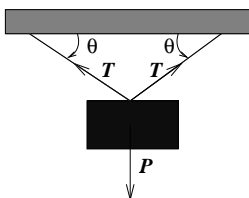


- Determine a aceleração do corpo.
- Determine uma terceira força  $F_3$ , que aplicada ao corpo, faz com que ele fique em equilíbrio estático.

4.1.2 Um corpo de massa 4-kg está sujeito a duas forças  $F_1 = 5N\hat{i} + 3N\hat{j}$  e  $F_2 = 2N\hat{i} - 6N\hat{j}$ . No instante  $t = 0$  o corpo está em repouso na origem

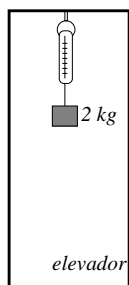
- Qual é a aceleração do corpo?
- Qual a velocidade no instante  $t = 2$  s?
- Onde está o corpo no instante  $t = 2$  s?

4.1.3 Um quadro de 2-kg está pendurado na parede por dois arames com o mesmo comprimento, que fazem um ângulo  $\theta$  com a horizontal, conforme mostra a figura.



- Determine a tensão  $T$  em cada um dos arames, em função do ângulo  $\theta$  e do peso do quadro,  $P$ .
- Qual o ângulo  $\theta$  para o qual a tensão é mínima? E máxima?
- Calcule  $T$  para  $\theta = 30^\circ$ .

4.1.4 Um corpo de 2-kg está pendurado num dinamómetro (calibrado em newtons) que está preso no teto de um elevador, como mostra a figura abaixo

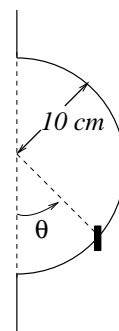


Qual a leitura do dinamómetro

- quando o elevador estiver em movimento ascendente com velocidade constante  $v = 30$  m/s;
- quando o elevador estiver a descer com velocidade constante  $v = 30$  m/s;
- quando o elevador estiver acelerado para cima com aceleração constante de  $3.0$  m/s<sup>2</sup>.
- Entre  $t = 0$  e  $t = 5$  s, o elevador sobe a 10 m/s. Depois a sua velocidade reduz-se uniformemente até zero em 4 s, de modo que no instante  $t = 9$  s, o elevador pára. Descreva a leitura do dinamómetro entre os instantes  $t = 0$  e  $t = 9$  s.

4.1.5 Um pai roda o filho num raio de 0,75 m. Os braços do homem e do filho fazem um ângulo  $\theta$  com a vertical. Se a massa da criança for de 25-kg e se ela fizer uma volta em 1,5 s, qual o módulo e a direcção da força que o pai exerce sobre o filho? (Considere a criança como uma partícula pontual).

4.1.6 Uma pequena missanga de massa 100 g escorrega por um arame semicircular de raio 10 cm, que gira em torno de um eixo vertical, à velocidade de duas rotações por segundo, conforme descrito na figura a seguir. Determine o valor de  $\theta$  para o qual a missanga fica estacionária em relação ao arame que gira.



4.1.7 O fio de um pêndulo cónico, tem 50 cm de comprimento e a massa da esfera ligada ao fio é de 0,25-kg. Qual o ângulo entre o fio e a direcção vertical quando a tensão no fio é seis vezes superior ao peso da esfera? Nessas condições qual o período do pêndulo?



## Soluções

4.1.1 (a)  $-0,23(\text{ms}^{-2})\hat{i} + 1,59(\text{ms}^{-2})\hat{j}$ ,  
(b)  $2,32(N)\hat{i} - 16,0(N)\hat{j}$ .

4.1.2 (a)  $7/4(\text{ms}^{-2})\hat{i} - 3/4(\text{ms}^{-2})\hat{j}$ ,  $1,90(\text{ms}^{-2})$ ,  
(b)  $7/2(\text{m/s})\hat{i} - 3/2(\text{m/s})\hat{j}$ ,  $3,80 \text{ m/s}$ ,  
(c)  $7/2(\text{m})\hat{i} - 3/2(\text{m})\hat{j}$ .

4.1.3 (a)  $T = \frac{P}{2\sin\theta}$ , (b)  $90^\circ$ ,  $0^\circ$ , (c)  $19,6 \text{ N}$ .

4.1.4 (a)  $19,6 \text{ N}$ , (b)  $19,6 \text{ N}$ , (c)  $25,6 \text{ N}$ , (d) entre  $0$  e  $5 \text{ s}$   $19,6 \text{ N}$ , entre  $5$  e  $9 \text{ s}$   $14,6 \text{ N}$ .

4.1.5  $410 \text{ N}$ ,  $53,3^\circ$ .

4.1.6  $51,6^\circ$ .

4.1.7  $80,4^\circ$ ,  $0,58 \text{ s}$ .

## Aplicações das leis de Newton na presença de atrito

4.2.1 Num dia de neve e com as temperaturas próximo de  $0^\circ \text{ C}$ , o coeficiente de atrito estático entre os pneus de um carro e o pavimento gelado é  $0,08$ . Qual a inclinação máxima de uma estrada que um veículo todo terreno pode subir com velocidade constante?

4.2.2 Um bloco de  $5\text{-kg}$  é mantido em repouso contra uma parede vertical, por uma força horizontal de  $100 \text{ N}$ .

- (a) Qual a força de atrito exercida pela parede sobre o bloco?
- (b) Qual a força horizontal mínima necessária para impedir a queda do bloco, se o coeficiente de atrito estático entre a parede e o bloco for de  $0,4$ ?

4.2.3 Uma caixa de  $50\text{-kg}$  está em repouso sobre uma superfície horizontal. O coeficiente de atrito estático entre a caixa e a superfície é de  $0,6$ . Uma maneira de mover o bloco ao longo da superfície é empurrar a caixa, aplicando uma força que faz um ângulo  $\theta$  com a horizontal. Outra maneira é puxar a caixa, aplicando uma força que faz um ângulo  $\theta$  com a horizontal.

(a) Explique a razão de um método ser melhor do que o outro.

(b) Calcule a força necessária para mover a caixa, em cada uma dos métodos, se  $\theta = 30^\circ$ , e compare as respostas para o caso de  $\theta = 0^\circ$ .

4.2.4 Uma curva de raio  $30 \text{ m}$  é inclinada, de tal forma que um carro de  $950\text{-kg}$  a viajar a  $40 \text{ km/h}$  pode fazer a curva, mesmo que a pavimento esteja gelado e o coeficiente de atrito estático seja aproximadamente zero. Determine o intervalo de velocidades a que o carro pode fazer a curva sem deslizar se o coeficiente de atrito estático for de  $0,3$ .

4.2.5 Num parque de diversões, os visitantes estão de pé contra a parede de um tambor que gira. Quando o piso baixa, as pessoas ficam imobilizadas contra a parede devido à força de atrito. Se o raio do tambor cilíndrico for de  $4 \text{ m}$ , qual o número mínimo necessário de voltas por minuto se o coeficiente de atrito estático for de  $0,4$ ?

## Soluções

4.2.1  $4,57^\circ$ .

4.2.2 (a)  $49,1 \text{ N}$ , (b)  $123 \text{ N}$ .

4.2.3 (a) O método 2 reduz a força normal, e portanto a força de atrito.

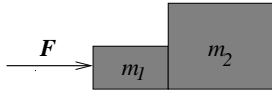
(b)  $519 \text{ N}$  e  $252 \text{ N}$ , iguais a  $294 \text{ N}$ .

4.2.4  $20,1 \text{ km/h}$  e  $56,1 \text{ km/h}$

4.2.5  $23,6 \text{ rev/min}$

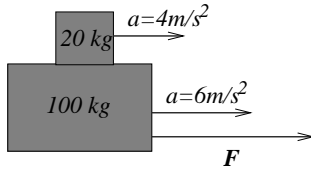
## Aplicações das leis de Newton a problemas com 2 ou mais corpos

**4.3.1** Dois blocos estão em contacto sobre uma superfície horizontal sem atrito. Os blocos são acelerados por uma força horizontal  $F$  aplicada a um deles.



- Determine a aceleração e a força de contacto entre os blocos para
  - valores gerais de  $m_1$ ,  $m_2$  e  $F$ .
  - $m_1 = 2,0\text{-kg}$ ,  $m_2 = 6,0\text{-kg}$  e  $F = 3,2\text{ N}$ .
- Repita as alíneas mas agora com os dois blocos trocados.

**4.3.2** Um bloco de massa  $100\text{-kg}$  é puxado ao longo de uma superfície horizontal sem atrito por uma força  $F$  de tal forma que a sua aceleração é  $a_1 = 6,00\text{ m/s}^2$  (ver figura).

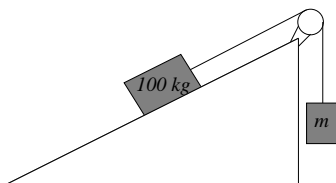


O bloco de massa  $20,0\text{-kg}$  escorrega para trás sobre o primeiro bloco e tem uma aceleração de  $a_2 = 4,00\text{ m/s}^2$ .

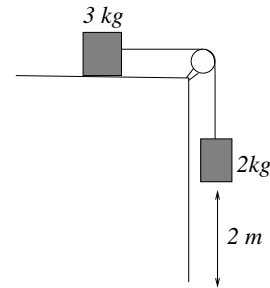
- Qual a força de atrito exercida pelo bloco de massa  $100\text{-kg}$  sobre o outro bloco?
- Qual a força total que actua sobre o bloco de massa  $100\text{-kg}$ ?
- Qual o valor do módulo de  $F$ ?
- Depois do bloco de massa  $20,0\text{-kg}$  cair, qual a aceleração do bloco de  $100\text{-kg}$ ?

**4.3.3** Um homem tem massa  $80\text{ kg}$ . Ele desce de uma altura de  $10\text{ m}$  até tocar no solo, segurando-se a uma corda que passa por uma roldana sem atrito e que tem na outra extremidade um saco de areia de  $60\text{ kg}$ . Qual a velocidade com que o homem chega ao solo?

**4.3.4** Um bloco de  $100\text{-kg}$  está sobre uma superfície de inclinação  $18^\circ$ , ligado a outro bloco de massa  $m$  através de uma corda de massa desprezável que passa por uma roldana sem atrito, como mostra a figura. O coeficiente de atrito cinético no plano inclinado é  $\mu_k = 0,2$ . Determine o valor de  $m$  para o qual o bloco sobe o plano inclinado com velocidade constante.

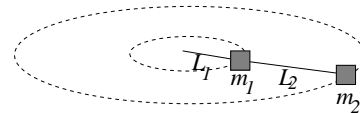


**4.3.5** O bloco de  $3,0\text{-kg}$  da figura abaixo está em repouso sobre uma mesa horizontal e está preso a outro bloco de massa  $2,0\text{-kg}$  através de uma corda de massa desprezável.

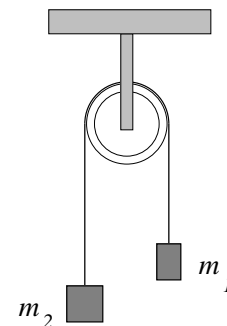


- Qual o coeficiente de atrito estático mínimo de tal forma que o sistema permaneça em repouso?
- Se o coeficiente de atrito estático for inferior ao determinado na alínea a) e o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a mesa for de  $0,30$ , determine o tempo que o bloco de massa  $2,0\text{-kg}$  demora a cair  $2,0\text{ m}$ , admitindo que parte do repouso.

**4.3.6** Um bloco de massa  $m_1$  está preso a uma corda de comprimento  $L_1$ , fixa na outra extremidade. O bloco move-se num círculo sobre uma mesa horizontal sem atrito. Um segundo bloco de massa  $m_2$  está ligado ao primeiro através de uma corda de comprimento  $L_2$  e também se move num círculo, como mostra a figura. Sendo o período do movimento  $T$ , determine a tensão em cada corda.



**4.3.7** A máquina de Atwood, representada na figura é usada para determinar a aceleração da gravidade  $g$ , através da medição da aceleração dos dois blocos. Sabendo que a massa de um dos blocos é  $m_1 = 1,2\text{-kg}$ , qual deve ser o massa do outro bloco,  $m_2$ , de tal forma que o deslocamento de qualquer das massas seja de  $0,3\text{m}$ , durante o primeiro segundo após o sistema ser libertado.



## Soluções

- 4.3.1** (a) i)  $a_x = \frac{F}{m_1 + m_2}$ ,  $F_{\text{cont}} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$ , ii)  $0,4\text{ms}^{-2}$ ,  $2,4$  N. (b)  $0,4\text{ms}^{-2}$ ,  $0,8$  N.
- 4.3.2** (a)  $80,0$  N, (b)  $600$  N, (c)  $680$  N, (d)  $6,8\text{ms}^{-2}$ .
- 4.3.3**  $5,29$  m/s
- 4.3.4**  $49,9$  kg.
- 4.3.5** (a)  $\mu_s = 2/3$ , (b)  $1,36$  s.
- 4.3.6**  $F_1 = \frac{4\pi^2}{T^2} [(m_1 + m_2)L_1 + m_2L_2]$ ,  $F_2 = m_2 \frac{4\pi^2}{T^2} (L_2 + L_1)$ .
- 4.3.7**  $1,36$  kg.

## Folha nº 5

### Trabalho e energia

- 5.1** Uma força constante de 80 N actua sobre uma caixa de massa 5,0-kg, que se move na direcção da força com velocidade 20 m/s. Uns segundos mais tarde a caixa move-se com velocidade 68 m/s. Qual o trabalho feito por esta força?
- 5.2** Numa corrida entre dois amigos que inicialmente têm a mesma energia cinética, um deles começa ultrapassar o outro. O que fica para trás aumenta a velocidade de 25%, ficando os dois com a mesma velocidade. Sabendo que a massa do amigo que fica para trás é de 85-kg, qual a massa do outro?
- 5.3** Uma força  $F_x$  actua sobre uma partícula. A força está relacionada com a posição da partícula através da expressão  $F_x = Cx^3$ , onde  $C$  é uma constante. Calcule o trabalho feito pela força sobre a partícula, quando esta se move de  $x = 1,5$  m para  $x = 3$  m.
- 5.4** Um caixa de 5,00-kg está a ser içada a uma velocidade constante de 2,00 m/s, por uma força igual ao seu peso. (a) Qual a potência da força? (b) Quanto trabalho faz a força em 4 s?
- 5.5** Uma partícula de massa  $m$  move-se ao longo do eixo dos  $xx$ . A sua posição varia com o tempo de acordo com  $x = t^3 - t^2$ , onde  $x$  está em metros e  $t$  em segundos. Determine
- a velocidade e a aceleração da partícula, em qualquer instante  $t$ ,
  - a potência fornecida à partícula em qualquer instante,  $t$ ,
  - a trabalho realizado sobre a partícula entre  $t = 0$  e  $t = t_1$ .
- 5.6** Um corpo de 2,00-kg escorrega ao longo de um plano inclinado, de inclinação  $30^\circ$ . Inicia o movimento do repouso, no topo do plano inclinado, a uma altura de 20,0 m acima do solo.
- Qual energia potencial inicial do corpo em relação ao solo?
  - Através das leis de Newton, determine a distância percorrida pela caixa no intervalo de tempo  $0 < t < 1$  s e a sua velocidade em  $t = 1$  s.
  - Determine a energia potencial e a energia cinética da caixa no instante  $t = 1$  s.
  - Determine a energia cinética e a velocidade da caixa ao chegar ao nível do solo.
- 5.7** A constante elástica de uma mola é de  $k = 10^4$  N/m. Quanto se deve esticar a mola para que a sua energia potencial seja de (a) 50 J, (b) 100 J?
- 5.8** Nas cataratas de Victoria, a água cai a uma taxa de  $1,4 \times 10^6$ -kg/s de uma altura de 128 m. Se metade da energia potencial da água fosse convertida em energia eléctrica, qual a potência gerada pelas cataratas?
- 5.9** Em Fevereiro de 2002, um total de  $60.7 \times 10^9$  kW.h de energia eléctrica foi gerado pelas centrais nucleares nos EUA. A população americana era à data de 287 milhões de pessoas. Se um americano médio tem uma massa de 60-kg, e se toda a energia eléctrica das centrais nucleares fosse usada para fornecer energia a um elevador gigante, faça uma estimativa da altura  $h$ , a que o elevador poderia elevar a população dos Estados Unidos. Nos cálculos, considere que 25% da energia é gasta a elevar as pessoas.
- 5.10** A eficiência máxima de um painel de energia solar a converter energia solar em energia eléctrica é de 12%. A intensidade da radiação solar quando atinge a superfície terrestre é de  $1.0$  kW/m<sup>2</sup>. Qual deve ser a área coberta por painéis solares por forma a garantir as necessidades energéticas de Portugal? (aproximadamente  $4 \times 10^{12}$  J/ano)? Suponha céu limpo.
- 5.11** Uma central nuclear de grandes dimensões produz 3000 MW de potência eléctrica por fissão nuclear, que converte matéria em energia.
- Quantos kilogramas de matéria consome a central num ano? (assuma uma eficiência de 33% para a central eléctrica)
  - Numa central a carvão, cada kilograma de carvão liberta 31 MJ de energia térmica quando queimado. Quantos kilogramas de carvão são necessários para produzir a mesma energia que a central nuclear? (Assuma uma eficiência de 38% para a central a carvão.)
- 5.12** O objecto de 2,00-kg da figura é libertado do repouso a uma altura de 5,00 m numa rampa em curva sem atrito. No fim da rampa encontra-se uma mola de constante elástica  $k = 300$  N/m.



O objecto desliza rampa abaixo e vai de encontro à mola, comprimindo-a de uma distância  $x$ , antes de ficar momentaneamente em repouso.

- Determine a distância  $x$ .
- O que acontece ao objecto depois de ficar momentaneamente em repouso.

**5.13** Um bloco de 2,00-kg, encontra-se sobre um plano de inclinação  $\theta = 30^\circ$ , quando é libertado, percorrendo uma distância de 4,00 m ao longo do plano inclinado até embater numa mola de constante elástica  $k = 100 \text{ N/m}$  e massa desprezável.

- Determine a compressão máxima da mola, considerando que não há atrito entre o bloco e a superfície do plano inclinado.
- Resolva a alínea anterior supondo que o coeficiente de atrito cinético é de  $\mu_k = 0,20$ .
- No caso da alínea b), qual a distância percorrida pelo bloco, após abandonar o contacto com a mola?

**5.14** Uma criança de 16-kg brinca num balanço e a sua velocidade quando atinge o ponto mais baixo da trajectória é de 3,4 m/s. O comprimento do balanço é de 6 m. Qual o ângulo que o balanço faz com a vertical quando a criança está no ponto mais alto da trajectória?

**5.15** Uma bola de massa  $m$  presa à extremidade de um fio move-se num círculo vertical com energia mecânica constante,  $E$ . Qual a diferença entre a tensão no ponto mais baixo da trajectória e no ponto mais alto?

**5.16** Um pêndulo consiste de um fio de massa  $L$  e uma bola de massa  $m$ , presa a uma extremidade do fio. O fio é colocado na posição horizontal e é dada à bola a velocidade mínima inicial para que ela possa executar uma volta completa, no plano vertical.

- Qual a energia cinética máxima da bola?
- Qual a tensão na corda quando a energia cinética é máxima?

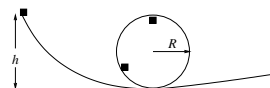
**5.17** Um comboio de massa  $2,00 \times 10^6$ -kg sobe 707 m, a uma velocidade constante de 15,0 km/h, percorrendo uma distância total de 62,0 km. A força de atrito 0,8% do peso do comboio.

- Qual a energia cinética do comboio?
- Qual a variação total da energia potencial?
- Qual a energia dissipada pelo atrito?
- Qual potência total debitada pelos motores do comboio?

**5.18** Um esquiador de massa 80,0-kg, inicia uma descida, de altura 65,0 m, partindo do repouso. Assumindo que a força de atrito entre os skis e a neve é desprezável, qual a velocidade do esquiador ao chegar ao ponto mais baixo? Movendo-se a seguir na horizontal o esquiador percorre um caminho de neve horizontal, sendo agora o coeficiente de atrito cinético de  $\mu_k = 0,20$ . Qual a velocidade do esquiador ao fim de 225 m? O esquiador encontra uma barreira de neve e penetra 2,50 m na neve, antes de se imobilizar. Qual a força média exercida pela barreira de neve sobre o esquiador?

**5.19** Um pequeno corpo de massa  $m$  desliza sem atrito sobre a calha de uma montanha russa, como indicado na figura. O corpo parte do ponto  $P$ , à altura  $h$  em relação à base da calha.

- Qual a energia cinética do corpo ao tingir o ponto mais alto da trajectória circular?
- Qual a aceleração no topo da trajectória circular, que garante que o corpo não abandona a calha?
- Qual a altura mínima  $h$  para que o corpo ao fazer ao volta não abandone a calha?



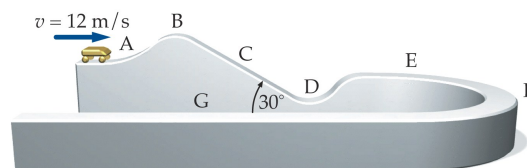
**5.20** O módulo da força de atracção entre duas massas  $m_1$  e  $m_2$  é dado por

$$F(x) = K \frac{m_1 m_2}{x^2}$$

em que  $K$  é uma constante e  $x$  é a distância entre as partículas.

- Determine a função energia potencial
- Qual o trabalho necessário para aumentar a distância entre as massas de  $x_1$  para  $x_1 + d$ ?

**5.21** Um carro de uma montanha-russa, tem uma massa total (incluindo os passageiros) de 500 kg, e viaja livremente ao longo do carril curvo e sem atrito. Os pontos  $A$ ,  $E$  e  $G$ , estão em secções rectas horizontais, todos à mesma altura de 10 m acima do solo. O ponto  $C$  está a uma altura de 10 m do chão, sobre uma rampa com inclinação de  $30^\circ$  em relação à horizontal. O ponto  $B$  é o topo da montanha e o ponto  $D$  está ao nível do chão e é a base do vale. O raio de curvatura para todos os pontos é de 20 m. O ponto  $F$  está no meio da curva horizontal com raio de curvatura de 30 m na mesma altura de 10 m acima do solo, como os pontos  $A$ ,  $E$  e  $G$ . A velocidade do carro é de 12 m/s. (a) Se o carro é simplesmente capaz de passar pelo topo no ponto  $B$ , qual a altura desse ponto acima do chão? (b) Se o carro é simplesmente capaz de passar pelo topo no ponto  $B$ , qual a força exercida pelo carril sobre o carro nesse ponto? (c) Qual é a aceleração do carro no ponto  $C$ ? (d) Qual é o valor e a direcção da força total exercida pelo carril sobre o carro no ponto  $D$ ? (e) Qual é o valor e a direcção da força total exercida pelo carril sobre o carro no ponto  $F$ ? É aplicada uma força de travagem sobre o carro quando ele passa na posição  $G$ , fazendo-o parar a uma distância de 25 m. Qual o valor dessa força?



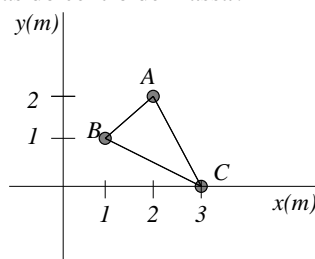
## Soluções

- 5.1** 11 kJ.
- 5.2** 54,4 kg.
- 5.3** 19C.
- 5.4** (a) 98,1 W, (b) 392 J.
- 5.5** (a)  $3t^2 - 2t$  m/s,  $6t - 2\text{ms}^{-2}$  (b)  $m(18t^3 - 18t^2 + 4t)$  (c)  $\frac{1}{2}mt_1^2(9t_1^2 - 12t_1 + 4)$ .
- 5.6** (a) 392 N, (b) 2,45 m, 4,91 m/s (c) 368 J, 24,0 J, (d) 392 J, 19,8 m/s.
- 5.7** (a) 0,100 m, (b) 0,141 m.
- 5.8** 879 MW.
- 5.9** 323 km.
- 5.10**  $0,21 \times 10^4 \text{ m}^2$ .
- 5.11** (a) 3,19 kg, (b) 8,03 Mt.
- 5.12** (a) 0,81 m (b) Volta a subir o plano inclinado até à mesma altura.
- 5.13** (a) 0,989 m, (b) 0,783 m, (c) 1,54 m.
- 5.14**  $25,6^\circ$ .
- 5.15**  $6mg$ .
- 5.16** (a)  $\frac{5}{2}mgL$ , (b)  $6mg$ .
- 5.17** (a) 17,4 MJ, (b) 13,9 GJ, (c) 9,73 GJ, (d) 1,59 MW.
- 5.18** (a) 129 km/h, 71,2 km/h, (c) 672 N.
- 5.19** (a)  $mg(h - 2R)$ , (b)  $2,5R$ .
- 5.20** (a)  $-K\frac{m_1m_2}{x}$ ; (b)  $Km_1m_2\frac{d}{x_1(x_1 + d)}$

## Folha nº 6

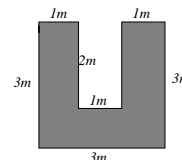
### Dinâmica de sistemas de partículas - Centro de massa

**6.1.1** Três esferas  $A$ ,  $B$  e  $C$ , com massas 3 kg, 1 kg e 1 kg, respectivamente, estão ligadas por barras sem massa. A localização das massas é a indicada na figura. Quais são as coordenadas do centro de massa?



**6.1.2** Determine a localização do centro de massa da placa uniforme de contraplacado de massa  $m$  representada na figura abaixo. Considere duas placas, uma quadrada com 3 m de lado e massa  $m_1$  e outra rectangular com 1 m  $\times$

2 m, de massa  $-m_2$ . Considere também a origem das coordenadas no canto inferior esquerdo da placa.



**6.1.3** Uma força  $\mathbf{F} = 12\mathbf{\hat{i}}$  está aplicada à massa de 3 kg da figura do problema 6.1.1. Qual a aceleração do centro de massa?

**6.1.4** Um carro de 1500 kg move-se para oeste com velocidade de 20 m/s e uma carrinha de 3000 kg move-se para este a 16 m/s. Qual a velocidade do centro de massa do sistema?

### Soluções

**6.1.1** (2m; 1,4m).

**6.1.2** (1,5m; 1,36m).

**6.1.3**  $2,4(m/s^2)\hat{i}$ .

**6.1.4**  $4(m/s)\hat{i}$ .

### Dinâmica de sistemas de partículas - Energia cinética e conservação do momento linear

**6.2.1** Uma carruagem de um comboio de brinquedo, de massa 250 g e com velocidade 0,50 m/s, engata numa outra carruagem de massa 400 g e inicialmente em repouso.

- Qual velocidade das duas carruagens imediatamente após se terem ligado uma à outra?
- Quais as energias cinéticas final e inicial?

**6.2.2** Dois amigos, um de massa 80 kg e outro de massa desconhecida  $m$ , estão num barco a remos, de 60 kg, no meio de um lago. O primeiro encontra-se no centro do barco e o segundo a 2 m do centro. Quando o primeiro se cansa de remar, trocam de posições, depois do barco parar. Depois da troca de posições o barco deslocou-se 20 cm em relação à margem parada. Qual o valor da massa  $m$ ?

**6.2.3** Um bloco de 3 kg, move-se para a direita com velocidade 5 m/s e outro bloco de massa 3 kg move-se para a esquerda com velocidade 2 m/s.

- Determine a energia cinética total dos dois blocos.
- Determine a velocidade do centro de massa do sistema dos dois blocos.
- Determine a velocidade de cada bloco em relação ao centro de massa.
- Determine a energia cinética do movimento dos dois blocos em relação ao centro de massa.
- Mostre a resposta à alínea (a) é maior que a resposta à alínea (d) de uma quantidade igual à energia cinética associada ao movimento do centro de massa.

### Soluções

**6.2.1** (a) 0,192 m/s, (b) 0,0315 J, 0,012 J.

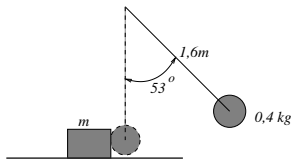
**6.2.2**  $(m_2)_{\max} = 104$  kg,  $(m_2)_{\min} = 60$  kg.

**6.2.3** (a) 43,5 J, (b) 1,5 m/s (c) 3,5 m/s,  $-3,5$  m/s, (d) 36,75 J;  $36,75\text{J} + 6,75\text{J} = 43,5$  J.

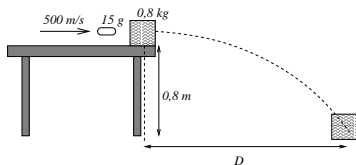
## Dinâmica de sistemas de partículas - Colisões

**6.3.1** Um bloco de 3-kg, que se move a uma velocidade de 4 m/s, colide frontalmente com um bloco estacionário de massa 2-kg. Sabendo que a colisão é elástica, use a conservação da quantidade de movimento e o facto da velocidade relativa de afastamento ser igual à velocidade relativa de aproximação para determinar a velocidade de cada bloco após o choque. Verifique a sua resposta calculando a energia cinética final e inicial de cada bloco.

**6.3.2** Um pêndulo consiste uma bola de 0,4-kg presa à extremidade de um fio de comprimento 1,6 m. Um bloco de massa  $m$  está em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito, como mostra a seguinte figura. O pêndulo é libertado do repouso numa posição em que o fio faz um ângulo de  $53^\circ$  com a vertical e colide elasticamente com o bloco. Após a colisão, o ângulo máximo do pêndulo com a vertical é de  $5,73^\circ$ . Determine a massa  $m$ .



**6.3.3** Uma bala de 15-g com velocidade 500 m/s atinge um bloco de 0,8-kg que se encontra na extremidade de uma mesa de altura 0,8 m acima do solo (ver figura abaixo). Se a bala fica incrustada no bloco, determine a distância  $D$  a que o bloco atinge o solo.



**6.3.4** Vendo Tarzan em apuros devido a uma manada de elefantes descontrolada, Jane balouça-se numa corda para o salvar. O comprimento da corda é de 25 m, e a Jane inicia o movimento partindo da horizontal. Sabendo que a

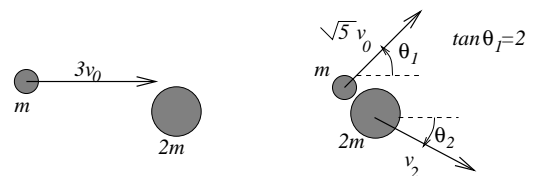
Jane pesa 54-kg e o Tarzan 82-kg, qual a altura que o par atinge depois de ela o agarrar?

**6.3.5** Uma bala de massa  $m_1$  é disparada com velocidade  $v$ , contra um pêndulo balístico de massa  $m_2$ . Qual a altura máxima atingida pelo pêndulo se a bala perfura o pêndulo emergindo com uma velocidade  $v/2$ ?

**6.3.6** Um objecto com 2-kg de massa, movendo-se a uma velocidade de 6 m/s colide com um objecto de 4-kg, inicialmente em repouso. Depois da colisão o objecto de 2-kg move-se para trás a 1 m/s

- Qual a velocidade do objecto de 4-kg após a colisão?
- Qual energia perdida na colisão?
- Qual o coeficiente de restituição nesta colisão?

**6.3.7** A figura mostra o resultado de uma colisão entre dois objectos de massas diferentes.



- Determine a velocidade  $v_2$  da massa maior após a colisão e o ângulo  $\theta_2$ .
- Mostre que a colisão é elástica.

**6.3.8** Uma bola que se move a 10 m/s, choca elasticamente contra outra bola de igual massa, que está inicialmente em repouso. A bola incidente é deflectida de um ângulo de  $30^\circ$  em relação à direcção inicial do movimento. Determine a velocidade de cada bola após a colisão.

## Soluções

**6.3.1** 0,8 m/s, 4,8 m/s,  $E_{ci} = 24,0$  J,  $E_{c2f} = 0,96$  J,  $E_{c2f} = 23,04$  J.

**6.3.2** 0,319 kg ou 0,50 kg.

**6.3.3** 3,72 m.

**6.3.4** 3,94 m.

**6.3.5**  $\frac{1}{8} \frac{m_1^2 v^2}{m_2^2 g}$ .

**6.3.6** (a) 3,50 m/s, (b) 10,5 J (c) 0,750

**6.3.7**  $\sqrt{2}v_0$ ,  $45^\circ$ .

**6.3.8** 8,66 m/s, 5,00 m/s.



## Dinâmica de sistemas de partículas - Impulso e força média

**6.4.1** Quando uma bola de *baseball* com 0,15-kg é atingida, a sua velocidade varia de 20 m/s para  $-20$  m/s.

- (a) Qual o módulo do impulso comunicado pelo taco à bola?
- (b) Se o taco está em contacto com a bola cerca de 1,3 ms, qual a força média exercida pelo taco sobre a bola?

**6.4.2** Uma bola de andebol de massa 60 g é atirada em linha recta contra a parede com uma velocidade de 10 m/s e ressalta com uma velocidade de 8 m/s

- (a) Qual o impulso comunicado à parede?
- (b) Se a bola está em contacto com a parede 0,003 s, qual a força média exercida pela bola sobre a parede?
- (c) A bola é apanhada por uma jogadora que a imobiliza. Nesse processo, a mão desloca-se 0,5 m. Qual o impulso recebido pela jogadora?
- (d) Qual a força média exercida pela bola sobre a jogadora?

## Soluções

**6.4.1** (a) 6,00 kg m/s, (b) 4,62 kN

**6.4.2** (a) 1,08 N.s, no sentido da parede, (b) 36 N (c) 0,480 N.s, afastando-se da parede, (d) 3,84 N.

## Folha nº 7

### Dinâmica da rotação em torno de um eixo fixo - Velocidade e aceleração angulares

**7.1.1** Uma roda inicia o movimento partindo do repouso com aceleração angular  $2,6 \text{ rad/s}^2$ . Após 6 segundos

- (a) Qual a sua velocidade angular?
- (b) Qual o ângulo total varrido pela roda?
- (c) Quantas rotações fez roda?
- (d) Qual a velocidade e a aceleração de um ponto situado a  $0,3 \text{ m}$  do eixo de rotação?

**7.1.2** Um disco de raio  $12 \text{ cm}$ , inicialmente em repouso, começa a rodar em torno do seu eixo com aceleração angu-

lar constante de  $8 \text{ rad/s}^2$ . No instante  $t = 5 \text{ s}$ , quais são (a) a velocidade angular do disco, (b) a aceleração tangencial,  $a_t$  e a aceleração centrípeta,  $a_c$ , de um ponto na borda do disco?

**7.1.3** Um ciclista acelera partindo do repouso. Após  $8 \text{ s}$ , as rodas fizeram 3 rotações completas.

- (a) Qual a aceleração angular das rodas?
- (b) Qual a velocidade angular das rodas após  $8 \text{ s}$ ?

### Soluções

**7.1.1** (a)  $15,6 \text{ rad/s}$ , (b)  $46,8 \text{ rad}$ , (c)  $7,45$  rotações, (d)  $4,68 \text{ m/s}$ ,  $a_t = 0,78 \text{ m/s}^2$ ,  $a_n = 73,0 \text{ m/s}^2$ ,  $a = 73,0 \text{ m/s}^2$ .

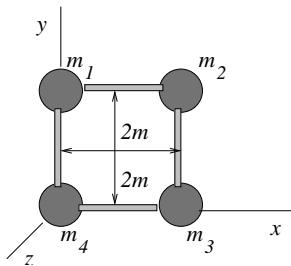
**7.1.2** (a)  $40 \text{ rad/s}$ , (b)  $4,8 \text{ m/s}$ , (c)  $a_t = 0,96 \text{ m/s}^2$ ,  $a_c = 192$

$\text{m/s}^2$ .

**7.1.3** (a)  $0,589 \text{ rad/s}^2$ , (b)  $4,71 \text{ m/s}$

### Dinâmica da rotação em torno de um eixo fixo - Momento de inércia e teorema de Steiner

**7.2.1** Quatro partículas localizadas nos cantos de um quadrado de lado  $L = 2 \text{ m}$  estão ligadas por hastes de massa desprezável (ver figura). As massas das partículas são  $m_1 = m_3 = 3 \text{ kg}$  e  $m_2 = m_4 = 4 \text{ kg}$ . Determine o momento de inércia do sistema em torno do eixo dos  $zz$ .



**7.2.2** Use o teorema dos eixos paralelos e o resultado do problema 7.2.1 para determinar o momento de inércia do mesmo sistema de 4 partículas em torno de um eixo que é perpendicular ao plano da configuração e passa pelo centro de massa do sistema. Confirme o resultado através do cálculo directo.

**7.2.3** Use o teorema dos eixos paralelos para determinar o momento de inércia de uma esfera sólida de massa  $M$  e raio  $R$  em torno de um eixo tangente à esfera.

### Soluções

**7.2.1**  $56 \text{ kg m}^2$

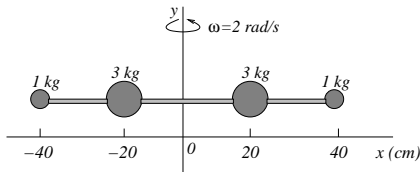
**7.2.2**  $28 \text{ kg m}^2$

**7.2.3**  $\frac{7}{5}MR^2$ .

## Dinâmica da rotação em torno de um eixo fixo - Energia e trabalho na rotação

**7.3.1** As partículas da figura abaixo estão ligadas por uma haste muito leve, cujo momento de inércia pode ser desprezado. Rodam em torno do eixo dos  $yy$  com velocidade angular  $\omega = 2 \text{ rad/s}$ .

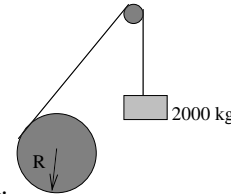
- Determine a velocidade de cada partícula e use esse resultado para calcular a energia cinética total do sistema.
- Determine o momento de inércia do sistema em torno do eixo de rotação e calcule a energia cinética através desse resultado.



**7.3.2** Calcule a energia cinética de rotação da Terra em torno do seu eixo e compare-a com a energia cinética do movimento orbital do centro de massa da Terra em torno do Sol. Assuma que a Terra é uma esfera homogênea de

massa  $6,0 \times 10^{24} \text{ kg}$  e raio  $6,4 \times 10^6 \text{ m}$ . O raio da órbita terrestre é  $1,5 \times 10^{11} \text{ m}$ .

**7.3.3** Na figura seguinte o bloco de  $2000 \text{ kg}$  é levantado a uma velocidade constante de  $8 \text{ m/s}$ , por um cabo de aço que passa por uma roldana de massa desprezável e está ligado ao tambor de um guincho acionado por um motor. O raio



do tambor do guincho é de  $30 \text{ cm}$ .

- Que força deve ser exercida pelo cabo?
- Qual o momento que o cabo exerce sobre o tambor do guincho?
- Qual a velocidade angular do tambor do guincho?
- Que potência deve ser desenvolvida pelo motor para acionar o tambor do guincho?

## Soluções

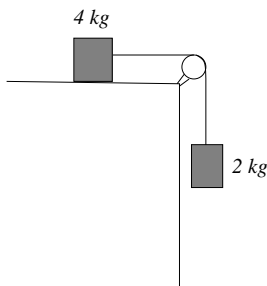
**7.3.1** (a)  $0,40 \text{ m/s}$ ,  $0,8 \text{ m/s}$ ,  $1,12 \text{ J}$ , (b)  $0,56 \text{ kg m}^2$ .

**7.3.2**  $E_{\text{orbital}} = 2,67 \times 10^{33} \text{ J}$   $E_{\text{rot}} = 2,60 \times 10^{29} \text{ J}$ .

**7.3.3** (a)  $19,620 \text{ kN}$ , (b)  $5,886 \times 10^3 \text{ N.m}$ , (c)  $26,67 \text{ rad/s}$ , (d)  $156,96 \text{ kW}$ .

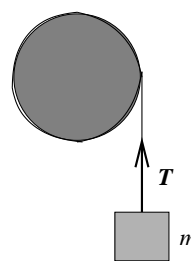
## Dinâmica da rotação em torno de um eixo fixo - 2ª lei de Newton para a rotação

**7.4.1** Um bloco de  $4 \text{ kg}$ , sobre uma superfície horizontal sem atrito, está ligado, por uma corda que passa numa roldana, a um bloco de  $2 \text{ kg}$ , pendurado, como mostra a figura. A roldana é um disco de  $8 \text{ cm}$  de raio e massa  $m = 0,6 \text{ kg}$ .



- Determine a velocidade do bloco de  $2 \text{ kg}$  depois de cair  $2,5 \text{ m}$  partindo do repouso.
- Qual a velocidade angular da roldana nesse instante?
- Qual a aceleração linear de cada bloco e a tensão na corda?
- Repita todas as alíneas anteriores, para o caso em que o coeficiente de atrito entre a superfície horizontal e o bloco de  $4$  é de  $0,25$ .

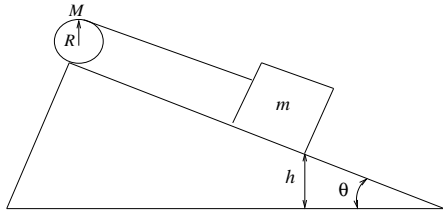
**7.4.2** Uma esfera uniforme de massa  $M$  e de raio  $R$  pode rolar livremente em torno de um eixo horizontal que passa pelo seu centro. Numa corda enrolada à volta da esfera está suspenso um objecto de massa  $m$ , como mostra a figura. Determine a aceleração do objecto e a tensão na corda.



**7.4.3** Uma máquina de Atwood tem dois objectos de de massas  $m_1 = 500 \text{ g}$  e  $m_2 = 510 \text{ g}$ , ligados através de uma corda de massa desprezável que passa por uma roldana sem atrito. A roldana é um disco de massa  $50 \text{ g}$  e raio  $4 \text{ cm}$ . A corda não escorrega na roldana.

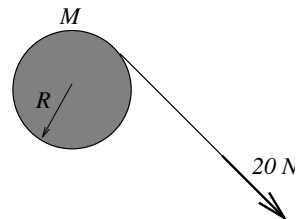
- Qual a aceleração dos objectos ?
- Qual a tensão na corda que suporta  $m_1$ , e na corda que suporta  $m_2$ ? Qual a diferença entre as tensões?
- Quais seriam as respostas ais alíneas a) e b) se se desprezasse a massa da roldana.

**7.4.4** Uma corda sem massa passa em torno de um cilindro de raio  $R$  e massa  $M$  uniforme, que está pivotado num suporte sem atrito, como representado na figura. A outra extremidade da corda segura um bloco de massa  $m$ , que está sobre um plano inclinado sem atrito. O sistema parte do repouso quando  $m$  está a uma altura  $h$ .



- Qual a aceleração do bloco?
- Qual a tensão na corda?
- Qual a energia total do sistema cilindro-bloco-terra, quando o bloco está a uma altura  $h$ ?
- Qual a energia total do sistema quando o bloco está no fundo do plano inclinado e tem uma velocidade  $v$ ?
- Qual é a velocidade  $v$ ?
- Calcule todas as quantidades anteriores para os casos extremos  $\theta = 0^\circ$ ,  $\theta = 90^\circ$  e  $M = 0$ .

**7.4.5** Um disco uniforme de raio  $0,12\text{ m}$  e de massa  $5\text{ kg}$  pode rodar livremente em torno do seu eixo central. Uma corda enrolada em torno do disco é puxada por uma força de  $20\text{ N}$



- Qual o momento exercido sobre o disco?
- Qual a aceleração angular do disco?
- Se ele parte do repouso, qual a sua velocidade angular ao fim de  $5\text{ s}$ ?
- Qual a energia cinética após  $5\text{ s}$ ?
- Qual o ângulo total varrido em  $5\text{ s}$ ?
- Mostre que o trabalho realizado pelo momento da força é igual à energia cinética.

## Soluções

**7.4.1** (a)  $3,95\text{ m/s}$ , (b)  $49,3\text{ rad/s}$ , (c)  $3,11\text{ m}^2$ ,  $12,5\text{ N}$ ,  $13,4\text{ N}$  (d)  $2,79\text{ m/s}$ ,  $33\text{ rad/s}$ ,  $1,56\text{ m/s}^2$ .

**7.4.2**  $\frac{5mg}{2M + 5m}$ .

**7.4.3** (a)  $0,09478\text{ m/s}^2$ , (b)  $4,9548\text{ N}$ ,  $4,9524\text{ N}$ ,  $0,0024\text{ N}$  (c)  $4,9536\text{ N}$

**7.4.4** (a)  $\frac{mg \sin \theta}{m + \frac{M}{2}}$ , (b)  $\frac{1}{2} \frac{Mmg \sin \theta}{m + \frac{1}{2}M}$ , (c)  $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = mgh$  (d)  $\sqrt{\frac{2mgh}{m + \frac{1}{2}M}}$ .

**7.4.5** (a)  $2,4\text{ N.m}$  (b)  $66,67\text{ rad/s}^2$  (c)  $333,33\text{ rad/s}$  (d)  $2,00\text{ kJ}$ , (e)  $834\text{ rad}$ .

## Dinâmica da rotação em torno de um eixo fixo - Conservação do momento angular

**7.5.1** Uma partícula de massa  $1,8 \text{ kg}$  move-se num círculo de raio  $r = 3,4 \text{ m}$ . O módulo do seu momento angular em relação ao centro do círculo depende do tempo de acordo com a expressão  $L = 4(\text{N.m})t$

- (a) Qual o módulo do momento resultante que actua na partícula?
- (b) Determine a velocidade angular da partícula em função do tempo.

**7.5.2** Um cilindro uniforme de raio  $0,4 \text{ m}$  e massa  $90 \text{ kg}$  pode rodar sem atrito em torno do seu eixo de simetria. O que o faz rodar é uma correia enrolada em torno do seu perímetro, que exerce um momento constante. No instante  $t = 0$  a velocidade angular é zero. No instante  $t = 25 \text{ s}$  a sua velocidade angular é  $500 \text{ rev/min}$ .

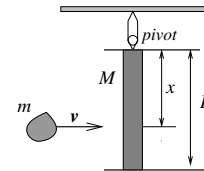
- (a) Qual o momento angular do cilindro no instante  $t = 0 \text{ s}$ ?
- (b) A que taxa está a aumentar a velocidade angular?
- (c) Qual o momento que actua sobre o cilindro?
- (d) Qual o módulo da força de atrito que actua sobre a borda do cilindro?

**7.5.3** Uma pessoa está em cima de uma plataforma que roda com uma velocidade angular de  $1,5 \text{ rev/s}$ . Os braços da

pessoa estão esticados e cada mão segura um haltere pesado. O momento de inércia da pessoa + halteres nos braços esticados + plataforma é  $6 \text{ kg.m}^2$ . Quando a pessoa encolhe os braços, puxando os halteres para junto do corpo, o momento de inércia do sistema diminui para  $1,8 \text{ kg.m}^2$ .

- (a) Qual a velocidade angular final da plataforma?
- (b) Qual a variação da energia cinética do sistema?
- (c) De onde veio o aumento de energia cinética?

**7.5.4** Uma barra uniforme de comprimento  $L$  e massa  $M$ , pode rodar em torno das extremidades, como mostra a figura. A barra que está inicialmente em repouso é atingida por uma partícula de massa  $m$ , a uma distância  $x = 0,8L$  do *pivot*. A partícula incide com velocidade perpendicular à barra de módulo  $v$  e fica colada à barra. Qual deve ser a velocidade  $v$  da partícula de modo a que o ângulo máximo entre a barra e a vertical seja de  $90^\circ$ ?



## Soluções

**7.5.1** (a)  $4,00 \text{ N.m}$ , (b)  $0,192t$ .

**7.5.2** (a)  $377 \text{ kg m/s}$  (b)  $2,09 \text{ rad/s}^2$  (c)  $15,1 \text{ kgm}^2/\text{s}^2$  (d)  $37,75 \text{ N}$ .

**7.5.3** (a)  $5 \text{ rev/s}$  (b)  $622 \text{ J}$

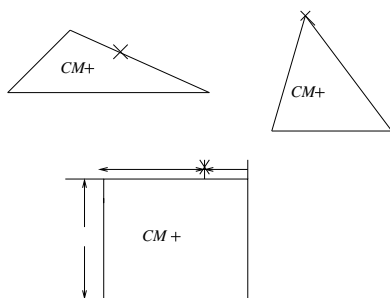
**7.5.4**  $7,74 \text{ m/s}$ .

## Folha nº 8

### Equilíbrio estático do corpo rígido

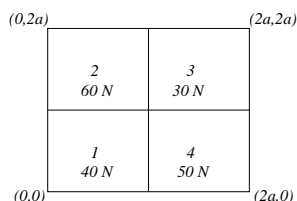
**8.1** As rodas da frente de um automóvel suportam 56% do seu peso. A distância que separa as rodas da frente das de trás é 2 m. Onde se localiza o centro de gravidade em relação às rodas da frente?

**8.2** Cada um dos objectos representados na figura pode ser suspenso do tecto por um fio ligado ao objecto no ponto marcado com uma cruz.

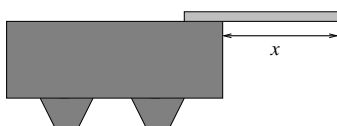


Faça o desenho dos objectos quando estão pendurados.

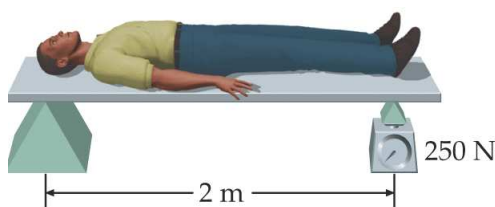
**8.3** Uma placa quadrada é construída, ligando quatro placas quadradas mais pequenas, cada uma de lado  $a$ , como mostra a figura. Os pesos das placas 1, 2, 3 e 4, são, respectivamente 40 N, 60 N, 30 N e 50 N. Determine o centro de gravidade.



**8.4** Um trave de 10 m e massa 300 kg, está colocada sobre uma plataforma, como indicado na seguinte figura. Um estudante de 60 kg pretende posicionar a trave de forma a poder caminhar sobre ela até à extremidade da direita. Qual a distância máxima possível dessa extremidade à plataforma?

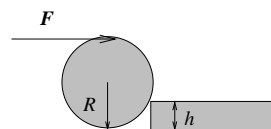


**8.5** Um dispositivo para localizar o centro de massa de uma pessoa consiste de uma tábua horizontal, suportada de um lado por um pivô e no outro por uma balança. Um estudante de engenharia deita-se na horizontal sobre a tábua de forma a que a cabeça apoie acima do pivô.



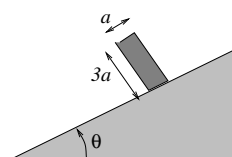
A balança está a 2 m do pivô. O estudante tem uma massa de 70 kg e a balança marca 250 N. Onde está o centro de gravidade do estudante?

**8.6** Um cilindro de massa  $M$  e raio  $R$  rola de encontro a um degrau de altura  $h$ . Quando uma força horizontal,  $F$  é aplicada no topo do cilindro, o cilindro permanece em repouso.

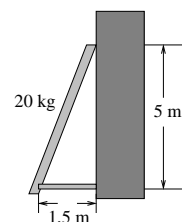


- Qual a força normal exercida pelo chão sobre o cilindro
- Qual a força horizontal exercida pela borda do degrau sobre o cilindro?
- Qual a componente vertical da força exercida borda do degrau sobre o cilindro?

**8.7** Um bloco rectangular uniforme e alto está sobre um plano inclinado. Se  $\mu_s = 0,4$ , o bloco desliza ou cai, quando o ângulo  $\theta$  aumenta ligeiramente?



**8.8** Uma escada de 20 kg, encostada contra uma parede está em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito, como mostra a figura. Para evitar que a escada escorregue a extremidade mais baixa da escada está presa a uma corda fina, que se encontra a um tensão de 2.94 N. O fio parte-se se a tensão exceder 200 N.

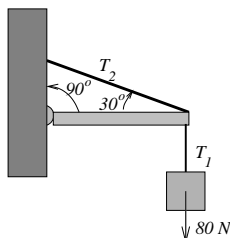


- Se uma pessoa de 80 kg sobe a escada até meio, qual a força que será exercida pela escada sobre a parede?
- Até que altura pode a pessoa de 80 kg subir a escada?

**8.9** Uma escada de massa  $m$  e comprimento  $L$  está encostada a uma parede sem atrito, fazendo um ângulo  $\theta$  com a horizontal. O centro de massa está a uma altura  $h$  a contar do chão. Uma força  $F$ , aplicada a meio da escada, empurra-a horizontalmente. Determine o coeficiente de atrito estático mínimo para o qual o topo da escada se afasta da parede sem que a escada escorregue do chão.

**8.10** Uma escada uniforme está encostada a uma parede sem atrito. O coeficiente de atrito estático entre a escada e o chão é de 0,3. Qual o menor ângulo para o qual a escada permanece em equilíbrio?

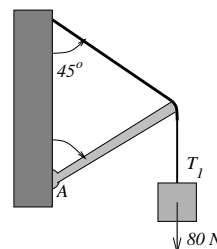
**8.11** Um objecto de peso 80 N está suspenso numa travessa, como mostra a figura. A travessa está presa à parede por um cabo a uma tensão  $T_2$ . Qual a força exercida sobre a travessa pela articulação no ponto A, se



- (a) travessa tiver massa desprezável?
- (b) o peso da travessa for de 20 N?

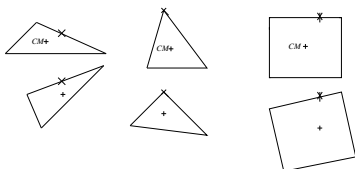
**8.12** Determine a força que a dobradiça exerce na travessa no ponto A do arranjo da seguinte figura, se

- (a) a travessa tem massa desprezável;
- (b) a travessa pesa 20 N.



### Soluções

**8.1** 0,88 m



**8.2**

**8.3**  $(0,944a, a)$ .

**8.4** 4,17 m.

**8.5** 0,728 m.

**8.6** (a)  $Mg - F\sqrt{\frac{2R-h}{h}}$ , (b)  $F$ , (c)  $F\sqrt{2R-hh}$ .

**8.7** O bloco tomba.

**8.8** (a) 2,94 N, (b) 3,62 m

**8.9**  $\frac{2h}{L \tan \theta \sin \theta}$ .

**8.10**  $59^\circ$ .

**8.11** (a)  $139 \text{ N } i$ , (b)  $155,9 \text{ (N) } i + 10 \text{ (N) } j$

**8.12** (a)  $56,6 \text{ N } i + 40 \text{ (N) } j$ , (b)  $36,36 \text{ (N) } i + 63,63 \text{ (N) } j$

## Folha nº 9

### Hidrostatica

- 9.1** Qual a massa de um cilindro de cobre de raio 2 cm e altura 6 cm?
- 9.2** Qual massa de uma esfera de ferro de raio 2 cm ?
- 9.3** A Joana queria saber se o anel que o namorado lhe ofereceu é de ouro. Para isso foi ao laboratório de Física e pesou o anel, numa balança digital, registando o valor  $m = 33,73$  g. Para determinar o volume mediu os raios exterior e interior e a espessura do anel, obtendo, respectivamente 20,2 mm, 16,4 mm e 4 mm. O que conclui a Joana?
- 9.4** Um frasco de 60 mL está cheio de mercúrio à temperatura de  $0^\circ\text{C}$ . Aumentando a temperatura para  $80^\circ\text{C}$ , 1,47 g de mercúrio, são derramados para fora do frasco. Admitindo que o volume do frasco não varia, determine a densidade de mercúrio a  $80^\circ\text{C}$ , se a  $0^\circ\text{C}$  é de  $13,645\text{ kg/m}^3$ .
- 9.5** A pressão à superfície de um lago é de  $P_{\text{at}} = 101\text{ kPa}$ .
- (a) A que profundidade a pressão é  $2P_{\text{at}}$ ?
- (b) Se a pressão na superfície de uma piscina de mercúrio for  $2P_{\text{at}}$ , a que profundidade é a pressão  $2P_{\text{at}}$ ?
- 9.6** Quando uma senhora caminha de saltos altos, coloca momentaneamente todo o seu peso no tacão do sapato. Se a sua massa for de 56 kg e a área do tacão for  $1\text{ cm}^2$ , qual a pressão exercida sobre o solo pelo tacão?
- 9.7** Um carro de 1500 kg está sobre as quatro rodas, cada uma a uma pressão relativa de 200 kPa. Qual a área de contacto de cada roda com a estrada, supondo que o peso do carro se distribui igualmente por cada roda?
- 9.8** Plasma de sangue flui através de um tubo, de um saco para a veia do doente, onde a pressão sanguínea é de 12 mmHg. Determine a altura a que o saco se deve encontrar, sabendo que o plasma sanguíneo tem uma densidade específica de 1,03 a  $37^\circ\text{C}$ ?
- 9.9** Quando uma pedra de 60 N se pendura num dinamómetro e se submerge em água, o dinamómetro marca 40 N. Qual a densidade da pedra?
- 9.10** De que material é feito um bloco que pesa 5 N no ar e 4,55 N na água?
- 9.11** Um balão de hélio levanta uma carga de 2000 N em condições normais de pressão e temperatura, para as quais a densidade do ar é de  $1,29\text{ kg/m}^3$  e a densidade do hélio é de  $0,178\text{ kg/m}^3$ . Qual o volume mínimo do balão de hélio?
- 9.12** Um navio navega do mar (densidade específica 1,025) para um rio e portanto afunda ligeiramente. Quando uma carga de 600,000 kg é retirada, o navio volta ao nível original. Assumindo que os lados do navio são verticais na linha de água, qual a massa do navio, antes da carga ser removida?

### Soluções

- 9.1** 673 g
- 9.2** 83,2 g
- 9.3** O anel é de ouro!
- 9.4**  $13,621\text{ kg/m}^3$ .
- 9.5** (a) 10,3 m, (b) 0,757 m
- 9.6** 54,2 atm
- 9.7**  $184\text{ cm}^2$
- 9.8** 15,8 cm
- 9.9**  $3,00 \times 10^3\text{ kg/m}^3$
- 9.10** Ferro
- 9.11**  $183\text{ m}^3$ .
- 9.12**  $2,46 \times 10^7\text{ kg}$ .